

# Modèles linéaires autoprojectifs

Laurent Ferrara

Master 2 EIMPC  
Université Paris Nanterre

# Overview

- 1 Définition
- 2 Spécification
- 3 Estimation
- 4 Tests
- 5 Prévision
- 6 Applications
  - 1 PIB US
  - 2 Intervention analysis on traffic series

# Modèles ARMA

## Definition

Un processus du second ordre  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est défini comme étant un processus ARMA( $p, q$ ), s'il est stationnaire et si et seulement si, pour tout  $t \in \mathbb{Z}$ , il vérifie l'équation aux différences suivante :

$$\phi(B)(X_t - \mu) = \theta(B)\varepsilon_t, \quad (1)$$

où  $\mu$  est la moyenne du processus, où  $B$  est l'opérateur retard tel que,  $\forall t, BX_t = X_{t-1}$  et pour tout entier  $b$ ,  $B^b X_t = X_{t-b}$ , où  $\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p$  et  $\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q$  sont deux polynômes et où  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est un processus bruit blanc centré de variance  $\sigma_\varepsilon^2$ .

# Modèles ARMA

## Definition

Soit  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un processus ARMA( $p, q$ ) défini par la définition 1.

(i) Si le polynôme  $\phi(z)$  ne s'annule pas sur le cercle défini par  $|z| = 1$ , alors le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est un processus linéaire stationnaire.

(ii) Si le polynôme  $\phi(z)$  ne s'annule pas sur le cercle défini par  $|z| \leq 1$ , alors le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  possède une représentation causale.

(iii) Si le polynôme  $\theta(z)$  ne s'annule pas sur le cercle défini par  $|z| \leq 1$ , alors le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  possède une représentation inversible.

# Modèles ARMA

ARMA à "trous".

Exemple de AR(4) :

$$(I - \phi_1 B - \phi_4 B^4)X_t = \varepsilon_t,$$

# Choix de $p$ et $q$

## Definition

Soit  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un processus faiblement stationnaire.

(i) Si  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}} \sim AR(p)$ , alors  $r_X(k) = 0$ , si  $k > p$ .

(ii) Si  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}} \sim MA(q)$ , alors  $\rho_X(k) = 0$ , si  $k > q$ .

On cherche alors le retard  $k$  à partir duquel  $\hat{r}_X(k) = 0$  ou  $\hat{\rho}_X(k) = 0$ . Cette recherche se fait à l'aide du test de Bartlett qui permet de tester statistiquement l'hypothèse  $H_0 : \rho_X(k) = 0$  contre l'hypothèse  $H_1 : \rho_X(k) \neq 0$ . De même le test de Quenouille permet de tester statistiquement l'hypothèse  $H_0 : r_X(k) = 0$  contre l'hypothèse  $H_1 : r_X(k) \neq 0$ .

# Spécification

## **Théorème de Bartlett**

Soit  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un processus  $MA(q)$  stationnaire. Sous l'hypothèse  $H_0 : \rho_X(k) = 0$ , pour  $k \geq q + 1$ , on a quand  $T \rightarrow \infty$  :

$$T^{1/2} \hat{\rho}_X(k) \rightarrow N(0, 1 + 2 \sum_{i=1}^q \hat{\rho}_X(i)) \quad (2)$$

## **Théorème de Quenouille**

Soit  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un processus  $AR(q)$  stationnaire. Sous l'hypothèse  $H_0 : r_X(k) = 0$ , pour  $k \geq p + 1$ , on a quand  $T \rightarrow \infty$  :

$$T^{1/2} \hat{r}_X(k) \rightarrow N(0, 1) \quad (3)$$

Ainsi, en se plaçant au retard  $k$ , sous l'hypothèse  $H_0 : \rho_X(k) = 0$ , les bornes de confiance asymptotiques de  $\hat{\rho}_X(k)$  au risque  $\alpha = 5\%$  sont données par :

$$\hat{\rho}_X(k) \in \left[ 0 \pm 1.96 \frac{(1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \hat{\rho}_X(i))^{1/2}}{T^{1/2}} \right]. \quad (4)$$

De même, en se plaçant au rang  $k$ , sous l'hypothèse  $H_0 : r_X(k) = 0$ , les bornes de confiance asymptotiques de  $\hat{r}_X(k)$  au risque  $\alpha = 5\%$  sont données par :

$$\hat{r}_X(k) \in \left[ 0 \pm 1.96 \frac{1}{T^{1/2}} \right]. \quad (5)$$



# Critères d'Information

Critère d'information d'Akaike (1977), dénoté AIC, défini de la manière suivante :

$$AIC = T \log(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2(p + q), \quad (6)$$

où  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  est la variance résiduelle estimée.

## Exemples de simulations

- Voir exemple sous R

# Ex1: Gaussian White Noise

- Simulation of 1000 observations from a standard GWN

```
> eps=rnorm(1000,mean=0,sd=1)
> ts.plot(eps)
> plot(density(eps))
> qqnorm(eps)
> acf(eps)
> pacf(eps)
> Box.test(eps,lag=1,type="Ljung")
> eps2=eps*eps
> acf(eps2)
> pacf(eps2)
> Box.test(eps2,lag=1,type="Ljung")
```

## Ex2: Student White Noise

- Simulation of 1000 observations from a 3 df Student WN

```
> epst=tnorm(1000,df=3)
> ts.plot(epst)
> plot(density(epst))
> qqnorm(epst)
> acf(epst)
> pacf(epst)
> Box.test(epst,lag=1,type="Ljung")
```
- Comments ?

## Ex3: AR(1) process

- 1000 observations of a zero-mean Gaussian AR(1)
  - > nobs=1000
  - > phi1=0.2
  - > eps=rnorm(nobs)
  - > y=rep(0,nobs)
  - > for(i in 2:nobs) y[i]=phi1\*y[i-1]+eps[i]
  - > ts.plot(y)
  - > plot(density(y))
  - > qqnorm(y)
  - > acf(y)
  - > pacf(y)
  - > Box.test(y,lag=10,type="Ljung")
- repeat same commands with phi1=0.8
- repeat same commands with phi1=0.99
- Comments ?

## Ex4: MA(1) process

- 1000 observations of a zero-mean Gaussian MA(1)
  - > nobs=1000
  - > theta1=0.2
  - > eps=rnorm(nobs)
  - > z=eps[2:1000]+theta1\*eps[1:999]
  - > length(z)
  - > ts.plot(z)
  - > plot(density(z))
  - > qqnorm(z)
  - > acf(z)
  - > pacf(z)
  - > Box.test(z,lag=10,type="Ljung")
- repeat same commands with theta1=0.8
- repeat same commands with theta1=0.99
- Comments ? How to include a mean ?

# Estimation

On suppose donc que le processus considéré est Gaussien et  $\theta = (\mu, \sigma_\varepsilon^2, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)$  est le paramètre à estimer. On utilise le fait que :

$$f(X_1, X_2) = f(X_2|X_1)f(X_1)$$

On conditionne la vraisemblance du processus sur les  $p$  premières valeurs observées du processus  $(X_t)_t$ ,  $X_1, \dots, X_p$ , et sur les  $q$  valeurs du processus  $(\varepsilon_t)_t$ , telles que :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p-1} = \dots = \varepsilon_{p-q+1} = 0.$$

à partir de  $X_1, \dots, X_T$ , on calcule par itérations  $\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \dots, \varepsilon_T$ , de la manière suivante, pour  $t = p + 1, \dots, T$ , :

$$\varepsilon_t = -\mu\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i\right) + X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (7)$$

La log-vraisemblance conditionnelle est alors donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} L_{BJ}(\theta) &= \log f(X_T, \dots, X_{p+1} | X_p, \dots, X_1, \varepsilon_p = \dots = \varepsilon_{p-q+1}) = (8) \\ &= -\frac{T-p}{2} \log(2\pi) - \frac{T-p}{2} \log(\sigma_\varepsilon^2) - \sum_{t=p+1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_\varepsilon^2}. \quad (9) \end{aligned}$$



# Estimation

L'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV), noté  $\hat{\theta}_{EMV}$ , est le paramètre qui maximise la log-vraisemblance, *i.e.* :

$$\hat{\theta}_{EMV} = \mathit{Arg} \max_{\theta} L(\theta) \quad (10)$$

La résolution numérique de ce problème de maximisation se fait à l'aide d'un algorithme du gradient conjugué de type Newton-Raphson. Ces algorithmes effectuent une recherche de maximum global, par "descente" vers ce maximum à partir d'une valeur initiale.

# Validation

## Significativité des paramètres

Il est important de déterminer si les paramètres du modèles sont significativement différent de zéro. Pour cela on effectue un test de Student en comparant la valeur absolue de chacun des paramètres estimés avec sa variance. Ainsi, si la valeur absolue du paramètre est plus grande que  $1.96 \times$  l'écart-type du paramètre, alors on rejette, au risque  $\alpha = 0.05$ , l'hypothèse de nullité du paramètre.

# Validation

## Analyse des résidus

- Trajectoire des résidus
- ACF des résidus

Si l'ACF des résidus sort de l'intervalle de confiance pour un certain retard  $k_0$ , avec  $1 \leq k_0 < p$  ou  $1 \leq k_0 < q$ , alors cela signifie qu'il faut rajouter une partie  $MA(k_0)$  au processus spécifié initialement. Si  $k_0 \geq p$  ou  $k_0 \geq q$ , alors cela signifie que les ordres de parties AR et/ou MA ont été mal choisis lors de l'étape de spécification du processus.

- PACF des résidus

Si la PACF des résidus sort de l'intervalle de confiance pour un certain retard  $k_0$ , avec  $1 \leq k_0 < p$  ou  $1 \leq k_0 < q$ , alors cela signifie qu'il faut rajouter une partie  $AR(k_0)$  au processus spécifié initialement. Si  $k_0 \geq p$  ou  $k_0 \geq q$ , alors cela signifie que les ordres de parties AR et/ou MA ont été mal choisis lors de l'étape de spécification du processus.

# Validation

## Analyse des résidus

- Test "Portmanteau"

Significativité globale des ACF, à l'aide d'une statistique "Portmanteau" de Ljung-Box, basée sur

$$Q_K = T(T+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}^2(k)}{T-k}. \quad (11)$$

Sous l'hypothèse de non corrélation des  $K$  premières autocorrélations des perturbations ( $H_0 : \rho_\varepsilon(1) = \rho_\varepsilon(2) = \dots = \rho_\varepsilon(K) = 0$ ), cette statistique suit asymptotiquement une loi du Chi-2 à  $(K - p - q)$  degrés de liberté. L'adéquation du modèle est rejetée au risque  $\alpha$ , si :

$$Q_K > X_{1-\alpha}^2(K - p - q).$$

Le choix de l'entier  $K$  est à discuter.

# Validation

## Analyse des résidus

- Test de Gaussianité

On vérifie que  $(\varepsilon_t)_{t \in Z}$  suit bien une loi Normale.

La statistique de Jarque-Bera est définie par l'équation suivante :

$$JB = \frac{T(Sk)^2}{6} + \frac{T(Ku)^2}{24}, \quad (12)$$

où  $Sk$  et  $Ku$  sont respectivement le Skewness et le Kurtosis.

# Prévision

On note alors  $\hat{X}_T(h)$  le prédicteur pour l'horizon  $h$ . Il est connu que le prédicteur linéaire qui minimise l'erreur quadratique moyenne à l'horizon  $h = 1$ , définie par  $E(\hat{X}_T(1) - X_{T+1})^2$ , est l'espérance conditionnelle de  $X_{T+1}$ , sachant le passé de la série, donné par :

$$\hat{X}_T(1) = E(X_{T+1} | X_s, s \leq T). \quad (13)$$

Dans le cas d'un processus ARMA défini par l'équation (2.1), ce prédicteur est donné par l'égalité suivante :

$$\hat{X}_T(1) = \hat{\phi}_1 X_T + \dots + \hat{\phi}_p X_{T-p+1} + \hat{\theta}_1 \hat{\varepsilon}_T + \dots + \hat{\theta}_q \hat{\varepsilon}_{T-q}. \quad (14)$$

# Forecasting

Assume  $X_t$  follows a centered AR(1):  $X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$ .

We focus on  $h = 1$ :

$$\hat{X}_T(1) = \hat{\phi} X_T$$

The confidence interval for the predictor is given by :

$$[\hat{X}_T(1) - t_{1-\alpha/2} \sigma_\varepsilon; \hat{X}_T(1) + t_{1-\alpha/2} \sigma_\varepsilon]$$

If we assume Normality, quantiles are known and the conditional distribution of the predictor :

$$N(\hat{\phi} X_T, \sigma_\varepsilon)$$

# Application

Exemple de la série du PIB US sous R

Voir le code sur le site web [www.laurent-ferrara.org](http://www.laurent-ferrara.org)



# Modelling steps

## ① Model specification

Choice of  $p$ ,  $q$  and  $d$

R functions: **acf()**, **pacf()**, **Box.test()**

## ② Parameter estimation

Computation of  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{\theta}$  and  $\hat{\sigma}_\varepsilon$

R functions: **ar()** or **arma()** (stats) and **arma()** (tseries)

## ③ Model validation

(i) parameter significance (Student test or Fischer test)

P-values provided by R estimation functions

(ii) residuals (Gaussian WN)

R functions: **tsdiag()**, **acf()**, **pacf()**,  
**Box.test()**, **jarque.bera.test()** ...

## ④ Forecasting

Prediction over  $h$  steps

R functions: **predict()**

## Forecasting when the distribution is unknown

If the distribution law is unknown: A need for statistical resampling methods.

Bootstrap methods introduced by Efron (1979, Annals of Stat)

Basic idea: in absence of any other information about the distribution, the observed sample contains all the available information about the underlying distribution.

Hence: resampling the sample is the best guide to what can be expected from resampling from the distribution.

Hypothesis: Assume the sample  $x = (x_1, \dots, x_n)$  is used to estimate a parameter  $\theta$  of the distribution and let  $\hat{\theta} = s(x)$  be a statistic that estimate  $\theta$ . For the purpose of statistical inference we focus on the sampling distribution of  $\hat{\theta}$  in order to assess the accuracy of the estimate and to compute CIs.

## Forecasting when the distribution is unknown

If the true distribution  $P$  were known, we could draw samples  $x^b$ ,  $b = 1, \dots, B$  from  $P$  and use Monte-Carlo methods to estimate the sampling distribution of  $\hat{\theta}$ . Since  $P$  is unknown, the idea is to resample with replacement from the original sample (ie : the empirical distribution  $\hat{P}$ ).

The empirical distribution of and iid sample  $x$  for  $A \in R$  :

$$\hat{P}(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(x_i)$$

**Theoretical result** from the law of large numbers:

$$\hat{P}(A) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} P(A)$$

# Bootstrap

Sampling from the empirical distribution  $\hat{P}$ : suppose we want to draw an iid sample  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$  from  $\hat{P}$ . The  $i^{\text{th}}$  observation  $x_i$  is selected with a probability  $1/n$ . We use the following algorithm (sample with replacement):

- 1 Draw  $i_1, \dots, i_n$  independently from the uniform distribution on  $\{1, \dots, n\}$ .
- 2 Set  $x_j^* = x_{i_j}$  and  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$

Example:  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \Rightarrow x^* = (x_2, x_5, x_2, x_1, x_4)$

# Bootstrap principle

- Real world:
  - $x$  a random sample from a distribution  $P$
  - $\hat{\theta} = s(x)$  an estimate of  $\theta$
- Bootstrap world:
  - $x^*$  a bootstrap sample from  $\hat{P}$
  - $\hat{\theta}^* = s(x^*)$  is the bootstrap replication of  $\theta$

## Bootstrap algorithm

- Draw  $B$  independent bootstrap samples  $x^{*(1)}, \dots, x^{*(B)}$  from  $\hat{P}$ : for  $b = 1, \dots, B$

$$(x_1^{*(b)}, \dots, x_n^{*(b)}) \approx \hat{P}$$

- Evaluate bootstrap replications for  $b = 1, \dots, B$

$$\hat{\theta}^{*(b)} = s(x^{*(b)})$$

- Estimate the sampling distribution of  $\hat{\theta}$  by the empirical distribution of the bootstrap replications  $\hat{\theta}^{*(1)}, \dots, \hat{\theta}^{*(B)}$ :

$$\hat{P}(\hat{\theta} \in A) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B 1_A(\hat{\theta}^{*(b)})$$

Generally, only first 2 moments of the distribution are concerned.

## Forecasting: Bootstrap algorithm 1

Let's focus on  $\hat{X}_T(1)$ . We assume that  $(\hat{\varepsilon}_t)$  is WN process, thus we can draw from the residuals  $(\hat{\varepsilon}_2), \dots, (\hat{\varepsilon}_T)$

- Draw  $B$  independent values  $\varepsilon_{T+1}^{*(1)}, \dots, \varepsilon_{T+1}^{*(B)}$  from  $\hat{P}$ :
- Evaluate bootstrap forecasts replications for  $b = 1, \dots, B$

$$\hat{X}_T^{*(b)}(1) = \hat{\phi}X_T + \varepsilon_{T+1}^{*(b)}$$

- Estimate the empirical mean and empirical variance from  $\hat{X}_T(1)^{*(b)}$  for  $b = 1, \dots, B$ :

$$\hat{E}(\hat{X}_T(1)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{X}_T^{*(b)}(1)$$

$$\hat{V}(\hat{X}_T(1)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left[ \hat{X}_T^{*(b)}(1) - \hat{E}(\hat{X}_T(1)) \right]^2$$

## Forecasting: Bootstrap algorithm with parameter uncertainty

- Draw  $B$  independent bootstrap samples  $\varepsilon_t^{*(1)}, \dots, \varepsilon_t^{*(B)}$  from  $\hat{P}$ : for  $b = 1, \dots, B$

$$(\varepsilon_1^{*(b)}, \dots, \varepsilon_T^{*(b)}) \approx \hat{P}$$

- Create  $B$  bootstrap trajectories from  $t = 2$  to  $t = T$

$$\hat{X}_t^{*(b)} = \hat{\phi} X_{t-1} + \varepsilon_t^{*(b)}$$

Start from  $X_1 = \bar{X}_T$  then iterate until  $t = T$ . Generate more data than needed and use the last  $T$  values.

- Reestimate  $B$  AR(1) processes based on  $\hat{X}_t^{*(b)}$ , for  $b = 1, \dots, B$ . We get  $\hat{\phi}^{*(b)}$  for  $b = 1, \dots, B$ . We get  $\hat{P}_\phi$



## Forecasting: Bootstrap algorithm with parameter uncertainty

- Evaluate bootstrap forecasts replications for  $b = 1, \dots, B$

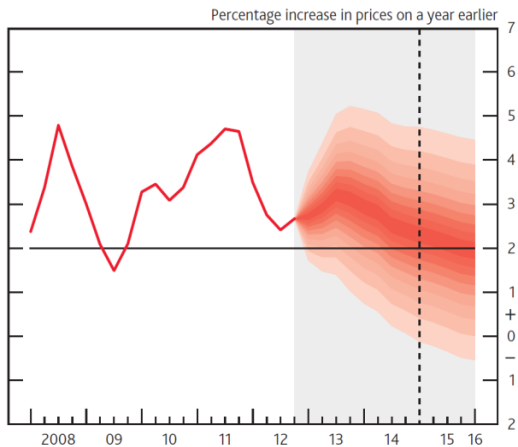
$$\hat{X}_T^{*(b)}(1) = \hat{\phi}^{*(b)} X_T$$

- Estimate the empirical mean and empirical variance from  $\hat{X}_T^{*(b)}(1)$  for  $b = 1, \dots, B$ :

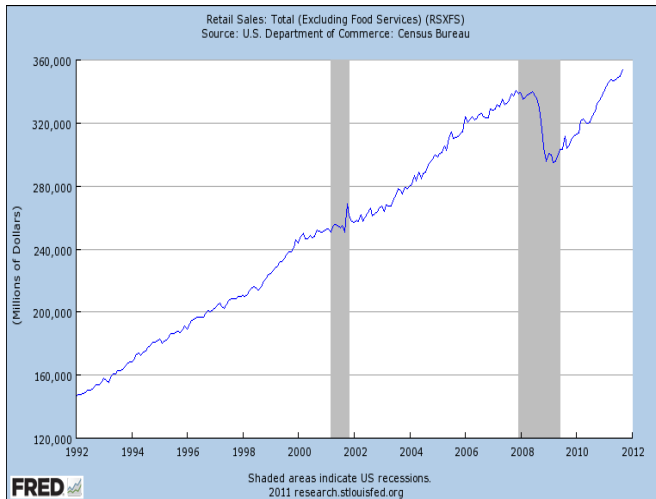
$$\hat{E}(\hat{X}_T(1)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{X}_T^{*(b)}(1)$$

$$\hat{V}(\hat{X}_T(1)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left[ \hat{X}_T^{*(b)}(1) - \hat{E}(\hat{X}_T(1)) \right]^2$$

# Fan charts: BoE inflation forecasts



# Analyse d'intervention



# Analyse d'intervention

Le modèle d'intervention proposé par Box et Tiao (1975) se présente alors sous la forme suivante :

$$X_t = C + \frac{\omega(B)b^b}{\delta(B)}\xi_t + N_t, \quad (15)$$

où  $(N_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est supposé suivre un processus ARMA, où  $\omega(z)$  est un polynôme de degré  $l$  tel que :  $\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 z + \dots + \omega_l B^l$ , où  $\delta(z)$  est un polynôme de degré  $r$  tel que :  $\delta(z) = 1 - \delta_1 z - \dots - \delta_r B^r$  et  $b$  est un entier qui représente un retard à déterminer.

# Analyse d'intervention

Cette variable est en général modélisée par deux classes de fonctions :

- une fonction en forme de saut :

$$\xi_t = S_t^{(t')} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t', \\ 1 & \text{si } t \geq t' \end{cases} \quad (16)$$

- une fonction en forme d'impulsion :

$$\xi_t = P_t^{(t')} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq t', \\ 1 & \text{si } t = t' \end{cases} \quad (17)$$

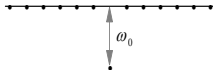
## Analyse d'intervention

Plus généralement, la série chronologique peut être perturbée par  $k$  interventions de natures différentes. Avec les notations précédentes, le modèle d'intervention (2.16) a alors une représentation plus générale donnée par :

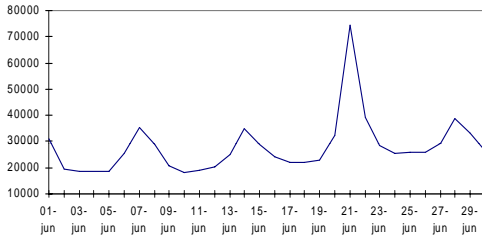
$$X_t = C + \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)b^{b_j}}{\delta_j(B)} \xi_t^{(T_j)} + N_t, \quad (18)$$

où, pour  $j = 1, \dots, k$ ,  $\omega_j(z)$  est un polynôme de degré  $l_j$ , où  $\delta_j(z)$  est un polynôme de degré  $r_j$  et  $b_j$  est un entier qui représente un retard à déterminer.

# Intervention Ponctuelle (Additive Outlier)



*Evolution du trafic journalier pour le titre "Paris-Visite" dans le Métro, pour le mois de juin 1998.*



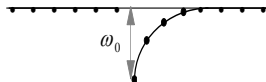
# Intervention Ponctuelle (Additive Outlier)

$$X_t = C + \omega_0 \xi_t + N_t, \quad (19)$$

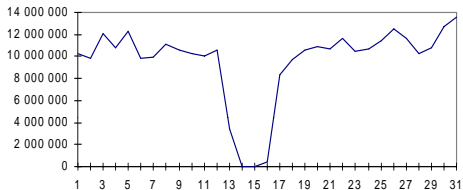
où  $(N_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est supposé suivre un processus ARMA



# Intervention avec effet rémanent



*Evolution des ventes hebdomadaires de Billets sur le réseau ferré du 1<sup>er</sup> septembre 1995 au 4 avril 1996.*

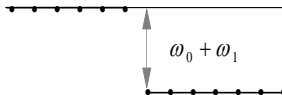
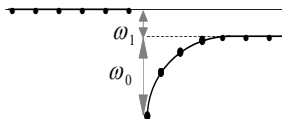


# Intervention avec effet rémanent

$$X_t = C + \frac{\omega_0}{1 - \lambda B} \xi_t + N_t, \quad (20)$$

où  $(N_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est supposé suivre un processus ARMA.  
 $\lambda \in [0, 1]$  controle la vitesse de retour.

# Intervention avec changement de niveau (Level Shift)



# Intervention avec changement de niveau (Level Shift)

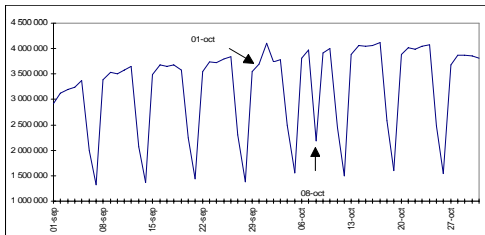
$$X_t = C + \frac{\omega_0}{1 - \lambda B} + \frac{\omega_1}{1 - B} \xi_t + N_t, \quad (21)$$

où  $(N_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  est supposé suivre un processus ARMA

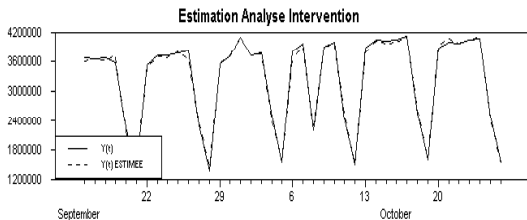
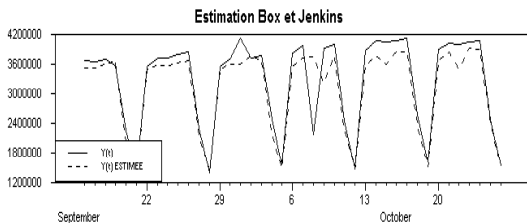
# Exemple d'application

Ferrara et Guégan (Revue de Statistique Appliquée, 2000) :  
Exemple d'application d'analyse d'intervention à des séries de trafic RATP et de ventes de titres de transport

*Evolution du trafic journalier sur le Métro du 1<sup>er</sup> septembre 1997 au 31 octobre 1997.*



# Exemple d'application



## Exemple d'application

$$Y_t = \underset{(45593)}{396677} P_t^{0110} - \underset{(46196)}{1709838} P_t^{0810} + \frac{\underset{(0.152)}{(1 + 0.815 B^7)}}{\underset{(0.051)}{(1 - 0.836 B)} \underset{(0.073)}{(1 - B^7)} (1 + 0.908 B^7)} \varepsilon_t$$

Date	Série	Impact	Série Corrigée
Mercredi 1 <sup>er</sup> Octobre	4 106 000	+ 396 677	3 709 323
Mercredi 8 Octobre	2 186 041	- 1 709 838	3 895 879